

# Résolution d'un problème thermique inverse par méthodes analytique et impulsionnelle. Application à la détermination des fluctuations thermiques pariétales à l'intérieur d'une conduite

P. MORILHAT

Electricité de France, Etudes et Recherches, Dpt REME, 25, Allée Privée, Carrefour Pleyel, 93206 Saint Denis, France

et

J.-P. MAYE, E. BRENDLE et B. HAY

Laboratoire d'Etudes Thermiques, URA CNRS 1403, Université de Poitiers, 40, Avenue du Recteur Pineau, 86022 Poitiers Cedex, France

(Reçu le 29 Novembre 1990 et sous forme finale le 21 Février 1991)

**Résumé**—Une résolution d'un problème thermique inverse (détermination de températures ou contraintes en peau interne d'une conduite à partir de mesures en peau externe) est proposée. Deux techniques spectrales (analytique et impulsionnelle) sont définies, mises en oeuvre et validées expérimentalement sur une maquette représentant un tronçon de tuyauterie d'une centrale REP en vue de la détection du phénomène de faïençage thermique (thermal striping) induit par les fluctuations de la température pariétale. L'étude met en évidence la bonne adaptation de la méthode impulsionnelle aux utilisations sur site industriel et les avantages liés aux mesures de contraintes en peau externe par rapport aux mesures de températures correspondantes.

## 1. INTRODUCTION

CERTAINES TUYAUTERIES particulièrement sollicitées des réacteurs nucléaires à eau pressurisée sont soumises à une fatigue thermique créée par des fluctuations de température apparaissant par exemple au niveau de l'interface chaud-froid d'un fluide stratifié. Ces fluctuations, de fréquences peu élevées (inférieures à 10 Hz en général), peuvent alors conduire à la formation de micro-fissures évolutives en surface de la paroi interne de la conduite, créant ainsi un phénomène de 'faïençage thermique' (thermal striping) révélateur d'un début d'endommagement de la structure.

Connaissant les limites d'endurance mécanique du matériau constituant la tuyauterie et les caractéristiques des contraintes thermiques pariétales induites par les fluctuations de la température du fluide, il est théoriquement possible de prévoir l'apparition de ces dommages [1]. La nécessité d'utiliser sur site des méthodes de détection non intrusives conduit cependant à développer au préalable des modèles et techniques de restitution des champs de température et de contrainte dans la paroi à partir d'informations expérimentales fournies par des capteurs (thermocouples ou jauges de déformation) fixés en peau externe de la conduite. La résolution de ce type de problème thermique inverse peut être effectuée par recalage de modèle ou traitement de l'équation de la chaleur.

Le premier type de méthode, basé sur la minimisation d'un critère de comparaison entre grandeurs (températures ou contraintes) mesurées et calculées (à partir d'un modèle choisi a priori), peut s'appliquer à une grande variété de problèmes, transitoires ou périodiques, à géométries simples ou complexes. Ce type de méthode a été notamment utilisé par Beck *et al.* [2] pour des géométries monodimensionnelles, en régime périodique établi, tandis que Busby et Trujillo [3] ont mis en oeuvre cette technique pour une géométrie bidimensionnelle en régime thermique transitoire (avec conditions initiales imposées). Malgré une bonne adaptation à certains types de problèmes bien définis, ces méthodes de recalage de modèle, outre un temps de calcul généralement élevé, présentent l'inconvénient majeur de nécessiter la connaissance a priori de la forme de la solution finale, ce qui en limite considérablement le champ d'application.

Les méthodes qui se fondent sur la résolution de l'équation de la chaleur ont généralement été développées pour résoudre des problèmes monodimensionnels linéaires pour lesquels on connaît l'évolution temporelle d'une grandeur (température, contrainte) en un ou plusieurs points de la structure solide étudiée. La nécessité de mesures non intrusives conduit naturellement à écarter les techniques (polynomiales [4], numériques [5]) nécessitant des informations expérimentales au sein du matériau au profit des méthodes spectrales utilisant le concept de fonction de transfert entre une sollicitation (température, flux, contrainte)

## NOMENCLATURE

$a$	diffusivité thermique [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]	$\theta$	fonction de transfert de Fourier entre températures
$e$	épaisseur de paroi [m]	$\lambda$	conductivité thermique [ $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]
$E$	module de Young [MPa]	$\nu$	coefficient de Poisson
$f$	fréquence [Hz]	$\sigma$	contrainte thermique [MPa]
$h$	réponse impulsionnelle	$\Sigma$	fonction de transfert de Fourier entre températures et contraintes
$k$	vecteur d'onde [ $\text{rad m}^{-1}$ ]	$\tau$	temps caractéristique [s]
$t$	temps [s]	$\varphi$	flux thermique surfacique [ $\text{W m}^{-2}$ ].
$T$	température locale [K]		
$T_m$	température moyenne [K]		
$x$	coordonnée spatiale [m]		
$x(t)$	signal d'entrée		
$y(t)$	signal de sortie.		

## Symboles grecs

$\alpha$  coefficient de dilatation thermique [ $\text{K}^{-1}$ ]

## Indices supérieurs

$\bar{\quad}$  transformée de Fourier.

en paroi interne et une observation (température, contrainte) en paroi externe.

On se propose dans ce qui suit d'établir les bases théoriques d'une analyse spectrale des températures et contraintes à l'intérieur d'une plaque solide, de présenter deux méthodes (analytique et impulsionnelle) de détermination des fonctions de transfert correspondantes et de confronter les résultats théoriques obtenus à une situation expérimentale réelle.

## 2. ANALYSE SPECTRALE DES TEMPÉRATURES ET CONTRAINTES

### 2.1. Hypothèses

On s'intéresse ici à la résolution du problème thermique inverse suivant : connaissant (par la mesure) une grandeur (température ou contrainte) de sortie, déterminer (par le calcul) une grandeur (température) d'entrée, les qualificatifs 'entrée' et 'sortie' correspondant respectivement, pour le problème de faïencage thermique évoqué dans la section 1, aux parois interne et externe de la conduite. Les interactions fluide-paroi étant de nature totalement différente et justifiables d'études spécifiques ne seront pas prises en compte dans le cadre de cette analyse spectrale.

Pour résoudre le problème précédent, on supposera que :

- le signal d'entrée (température pariétale) est du type périodique établi, de fréquence  $f$  suffisamment faible pour que l'influence des termes d'inertie dans l'équation de propagation soit négligeable (hypothèse de validité de l'équation de Fourier) ;
- la paroi est localement assimilable à une plaque plane (cas d'une conduite de faible épaisseur par rapport à son rayon intérieur) ;
- les transferts conductifs sont localement monodimensionnels (radiaux pour une conduite cylindrique circulaire) ;
- la face externe de la paroi est adiabatique (cas d'une conduite calorifugée) ;

- les propriétés thermophysiques du matériau constituant la paroi sont constantes (indépendantes de l'espace et du temps).

### 2.2. Approche générale

Les méthodes inverses de type spectral sont basées sur le concept de fonction de transfert entre signaux d'entrée  $x(t)$  et de sortie  $y(t)$  du système physique  $S$  considéré, ici la plaque plane soumise sur une face (intérieure) à une sollicitation thermique périodique de fréquence  $f$ .

Mathématiquement, pour un système linéaire invariant  $S$  dont les propriétés de linéarité et d'invariance temporelle s'écrivent respectivement [6]

$$\text{si } x(t) = \sum_i a_i x_i(t) \quad \text{alors } S\{x(t)\} = \sum_i a_i \{x_i(t)\}$$

$$\text{si } y(t) = S\{x(t)\} \quad \text{alors } y(t-\tau) = S\{x(t-\tau)\}$$

la détermination de la réponse à une sollicitation se ramène au calcul d'un produit de convolution, soit

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_0^x x(\tau)h(t-\tau) d\tau \quad (1)$$

où  $h(t)$  est la réponse impulsionnelle du système et \* le symbole opérationnel de convolution.

Pour de tels systèmes, il existe, dans des espaces appropriés (Laplace ou Fourier), une fonction de transfert entre les variables d'entrée et les variables de sortie.

Ainsi, dans le domaine de la thermique linéaire (caractéristiques thermophysiques du matériau constantes), on peut déterminer la réponse d'un système (plaque plane dans le cas présent) à une sollicitation ponctuelle (température pariétale de la plaque) au moyen des techniques de transformation examinées dans la section 3.

## 3. DÉTERMINATION DES FONCTIONS DE TRANSFERT

### 3.1. Généralités

Les techniques de transformation utilisées en pratique pour la résolution des problèmes thermiques

inverses peuvent être classées en deux types : analytique et impulsionnel.

La technique 'analytique' consiste à déterminer la fonction de transfert à partir d'une démarche analytique utilisant les transformations de Fourier ou de Laplace, le choix entre ces dernières étant fonction de la nature (transitoire ou périodique) du signal d'entrée. L'hypothèse retenue (section 2.1) pour cette étude étant celle d'un signal d'entrée (température pariétale interne de la conduite) de nature périodique (sans influence de l'instant initial), le problème sera traité en utilisant la transformée de Fourier.

La technique 'impulsionnelle' consiste également à déterminer la fonction de transfert en utilisant la transformée de Fourier de la réponse du système mais en considérant une sollicitation théorique représentée par une impulsion de Dirac. Cette technique a souvent été utilisée dans le passé pour décrire le comportement dynamique de structures dont la géométrie imprécise ou les propriétés physiques mal connues ne permettent pas l'application de méthodes plus traditionnelles [7, 8]. Depuis quelques années, cette technique a également été utilisée pour résoudre des problèmes thermiques inverses pour lesquels les informations disponibles ne permettent pas une approche analytique ; l'évaluation des propriétés thermophysiques d'un milieu faisant l'objet de phénomènes de diffusion (problème d'identification) a ainsi pu être réalisée en utilisant ce type de méthode [9, 10].

### 3.2. Méthode analytique

3.2.1. *Champ des températures.* Dans le cadre des hypothèses précisées au section 2.1, on s'intéresse ici au problème monodimensionnel correspondant à une plaque plane (Fig. 1) d'épaisseur  $e$ , soumise à une sollicitation thermique périodique (température ou flux) sur sa face interne ( $x = 0$ ) et isolée thermiquement sur sa face externe ( $x = e$ ).

L'équation correspondante de la chaleur

$$a \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (2)$$

s'écrit, par transformation de Fourier

$$\frac{d^2 \bar{T}(x, f)}{dx^2} - \frac{i2\pi f}{a} \bar{T}(x, f) = 0 \quad (3)$$

avec

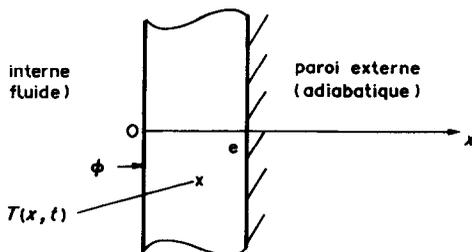


FIG. 1. Problème physique considéré.

$$\bar{T}(x, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(x, t) e^{-2\pi f t} dt. \quad (4)$$

La solution de (3) correspondant au régime stationnaire périodique a pour expression générale

$$\bar{T}(x, f) = A e^{-(1+i)kx} + B e^{(1+i)kx} \quad (5)$$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes d'intégration tandis que  $k = (\pi f/a)^{1/2}$  est représentatif d'un vecteur d'onde thermique. La détermination des constantes  $A$  et  $B$  se déduit des conditions limites pariétales traduites par

$$\begin{aligned} -\lambda \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)_{x=0} &= \bar{\varphi}(0, f) \\ -\lambda \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right)_{x=e} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

La solution de (3) s'écrit finalement [1]

$$\bar{T}(x, f) = \theta(x, f) \cdot \bar{T}(0, f) \quad (7)$$

en posant

$$\theta(x, f) = \frac{\text{ch}(1+i)k(e-x)}{\text{ch}(1+i)ke}. \quad (8)$$

*Calcul de la température en peau externe.* En peau externe ( $x = e$ ), la température  $\bar{T}(e, f)$  dans l'espace fréquentiel s'écrit

$$\bar{T}(e, f) = \theta(e, f) \cdot \bar{T}(0, f) \quad (9)$$

la fonction de transfert  $\theta(e, f)$  étant définie par

$$\theta(e, f) = [\text{ch}(1+i)ke]^{-1}. \quad (10)$$

3.2.2. *Champ des contraintes.* La contrainte thermique axiale, créée par un gradient radial de température, s'écrit [1]

$$\sigma(x, t) = \frac{E\alpha}{1-\nu} [Tm(t) - T(x, t)] \quad (11)$$

avec

$\alpha$  : coefficient de dilatation linéaire ( $\text{K}^{-1}$ )

$E$  : module d'élasticité (MPa)

$\nu$  : coefficient de Poisson

$Tm$  : température moyenne de la paroi à l'instant  $t$

$$Tm(t) = \frac{1}{e} \int_0^e T(x, t) dx.$$

La transformée de Fourier de (11) s'écrit

$$\bar{\sigma}(x, f) = \frac{E\alpha}{1-\nu} [\bar{T}m(f) - \bar{T}(x, f)] \quad (12)$$

avec

$$\bar{T}m(f) = \frac{1}{e} \int_0^e \bar{T}(x, f) dx. \quad (13)$$

Compte tenu de (7) et (12), il vient finalement [11]

$$\bar{\sigma}(x, f) = \Sigma(x, f) \bar{T}(0, f) \quad (14)$$

en posant

$$\Sigma(x, f) = \frac{E\alpha}{1-\nu} \left[ \frac{(1-i) \operatorname{th}(1+i)ke}{2ke} - \frac{\operatorname{ch}(1+i)k(e-x)}{\operatorname{ch}(1+i)ke} \right] \quad (15)$$

Contrainte axiale en peau externe. En peau externe ( $x = e$ ), la contrainte s'écrit [1]:

$$\bar{\sigma}(e, f) = \Sigma(e, f) \cdot \bar{T}(0, f) \quad (16)$$

en notant

$$\Sigma(e, f) = \frac{E\alpha}{1-\nu} \left[ \frac{(1-i) \operatorname{th}(1+i)ke}{2ke} - \frac{1}{\operatorname{ch}(1+i)ke} \right] \quad (17)$$

Relation entre contraintes en peau externe et peau interne. En posant  $x = 0$ , on déduit de (18)

$$\bar{\sigma}(0, f) = \Sigma(0, f) \cdot \bar{T}(0, f) \quad (18)$$

en notant

$$\Sigma(0, f) = \frac{E\alpha}{1-\nu} \left[ \frac{(1-i) \operatorname{th}(1+i)ke}{2ke} - 1 \right] \quad (19)$$

La comparaison de (14) et (18) conduit à

$$\bar{\sigma}(e, f) = \frac{\Sigma(e, f)}{\Sigma(0, f)} \cdot \bar{\sigma}(0, f) \quad (20)$$

Les relations (9), (16) et (20) relient, dans l'espace fréquentiel, les grandeurs concernées (températures et contraintes), considérées en parois interne ( $x = 0$ ) et externe ( $x = e$ ) de la plaque. La solution, dans l'espace temporel, du problème inverse posé (expression de la grandeur interne connaissant la grandeur externe) est obtenue au moyen d'une inversion suivie d'une déconvolution des relations précédentes.

3.3. Méthode impulsionnelle

Le signal de sortie  $y(t)$  d'un système linéaire invariant dans le temps est égal au produit de convolution du signal d'entrée  $x(t)$  par la réponse impulsionnelle  $h(t)$  du système (section 2.2). A la convolution (1) correspond dans le domaine fréquentiel une simple multiplication de la transformée de Fourier du signal d'entrée  $x(t)$  par celle de la réponse impulsionnelle  $h(t)$  qui n'est autre que la fonction de transfert  $\bar{h}$  du système. La réponse du système dans le domaine fréquentiel s'écrit alors

$$\bar{y}(e, f) = \bar{h}(e, f) \cdot \bar{x}(0, f) \quad (21)$$

avec

$f$ : fréquence de la fluctuation

$e$ : épaisseur de la paroi

$\bar{y}(e, f)$ : signal au point  $x = e$  (peau externe)

$\bar{h}(e, f)$ : fonction de transfert du système en  $x = e$  (peau externe)

$\bar{x}(0, f)$ : signal au point  $x = 0$  (peau interne).

La réponse impulsionnelle correspond à la réponse du système à une excitation théorique en forme d'impulsion de Dirac. Une telle impulsion n'étant pas physiquement réalisable, on l'approxime en pratique par un signal causal de courte durée.

Détermination de la fonction de transfert  $\bar{h}(e, f)$ . Cette fonction peut, dans certains cas [11], être déterminée expérimentalement en analysant la réponse  $y(t)$  du système soumis à une impulsion  $x(t)$  de Dirac. Compte tenu de la nature du problème étudié, une approche numérique a été préférée.

La réponse de la structure étudiée à une sollicitation en forme de Dirac (réponse impulsionnelle) est obtenue au moyen d'un code de calcul aux différences finies, pour le point de la structure auquel on s'intéresse. La fonction de transfert recherchée s'obtient alors en comparant le spectre de la réponse (contrainte ou température) au spectre de l'entrée (constant en fréquence pour une impulsion de Dirac).

La Fig. 2 permet de comparer, pour une géométrie monodimensionnelle, la fonction de transfert  $\theta$  calculée analytiquement (équation (8)) et déterminée à partir de la réponse impulsionnelle de la structure: l'identité quasi parfaite des résultats obtenus prouve l'équivalence des méthodes utilisées.

Le calcul de la réponse impulsionnelle de la structure donne ainsi accès aux fonctions de transfert intervenant dans la résolution du problème inverse pour des géométries complexes. Il ne nécessite qu'un seul calcul numérique (identification de la réponse), mais ne fournit qu'une formulation discrète des fonctions de transfert  $\theta$  et  $\Sigma$ .

3.4. Influence de la géométrie et du matériau

Les fonctions de transfert  $\theta$  et  $\Sigma$  dépendent des caractéristiques thermiques et géométriques de la

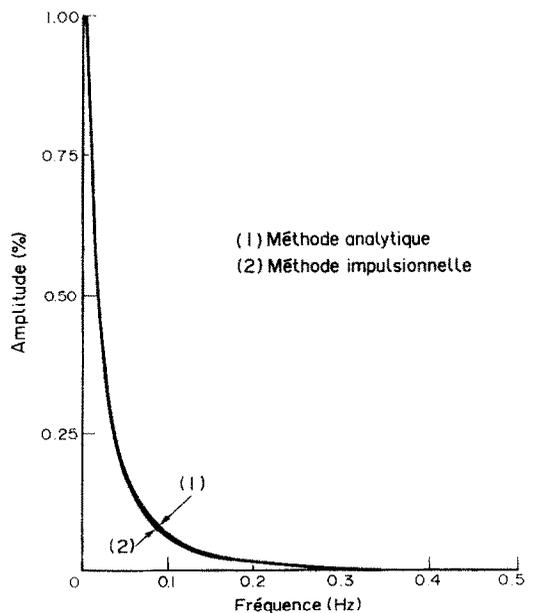


FIG. 2. Fonctions de transfert  $\theta(f)$  (méthodes analytique et impulsionnelle).

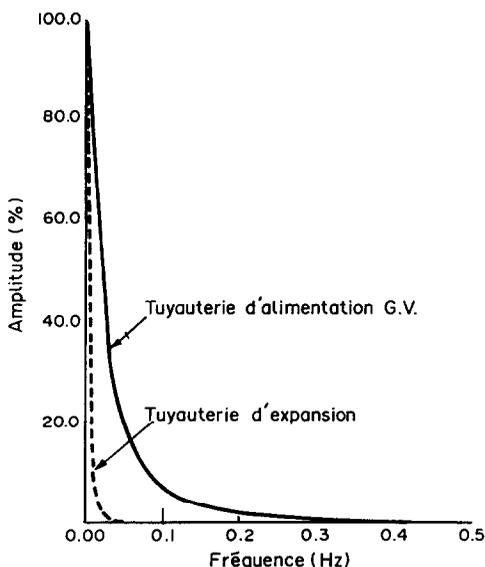


FIG. 3. Fonctions de transfert  $\theta(f)$  (influence du type de tuyauterie).

tuyauterie, ainsi que de la fréquence  $f$ . A titre d'exemple, les fonctions  $\theta$  et  $\Sigma$  ont été calculées pour deux tuyauteries d'une centrale REP de caractéristiques différentes :

la tuyauterie d'expansion du pressuriseur ( $e = 35,7$  mm,  $a = 3,94 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ )

la tuyauterie d'alimentation du générateur de vapeur ( $e = 21,4$  mm,  $a = 12,65 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ).

Les Figs. 3 et 4 présentent l'évolution de  $\theta$  et  $\Sigma$  en fonction de  $f$  et mettent en évidence deux effets.

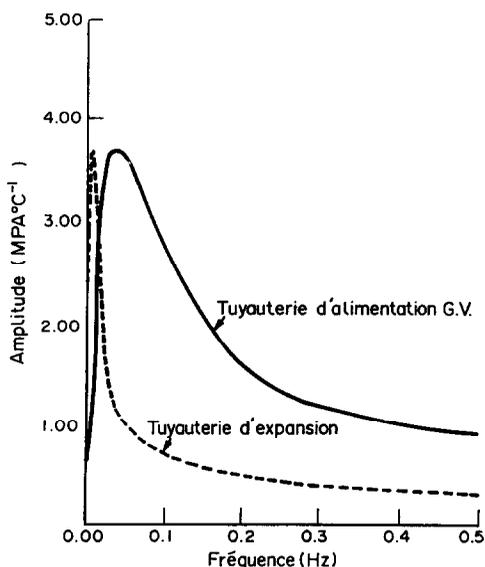


FIG. 4. Fonctions de transfert  $\Sigma(f)$  (influence du type de tuyauterie).

(i) D'une part, la fonction de transfert  $\theta$  traduit un filtrage en amplitude beaucoup plus important que la fonction de transfert  $\Sigma$ . En effet, l'analyse des fonctions  $\Sigma$  et  $\theta$  montre que, pour la tuyauterie alimentaire, les variations de température en peau interne sont indétectables pour des fréquences supérieures à 0,5 Hz, au moyen de thermocouples fixés en peau externe ; cette limite est repoussée à 25 Hz pour des mesures réalisées par des jauges de déformation. Ce résultat s'explique par le fait que les mesures de température ont un caractère local tandis que les mesures de déformation ont un caractère intégral leur permettant de détecter des fluctuations rapidement atténuées dans l'épaisseur de la paroi.

(ii) D'autre part, pour une même fonction de transfert, l'amortissement est d'autant plus grand que la diffusivité est faible et que la paroi est épaisse, le temps de transfert du signal dans la paroi étant lui aussi dépendant de la nature de la tuyauterie. D'après les résultats classiques concernant les milieux semi-infinis, ce temps est proportionnel à la grandeur  $e^2/a$ , le coefficient de proportionnalité étant approximativement égal à  $(3,6)^{-2} = 0,077$  si l'élévation de température en  $x = e$  est égale à 1% de celle correspondant à  $x = 0$  [12]. Ces résultats conduisent à un temps de transfert neuf fois plus faible dans le cas d'une tuyauterie d'alimentation (2,8 s) que dans celui d'une tuyauterie d'expansion (25 s).

#### 4. VALIDATION SUR UN CAS INDUSTRIEL

Les méthodes proposées ont été appliquées au cas d'une maquette de caractéristiques identiques à la tuyauterie d'alimentation du générateur de vapeur ( $e = 21,4$  mm,  $a = 12,65 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ) de la centrale REP.

Des mesures de températures (en parois interne et externe) et de déformations (en paroi externe) ont été réalisées sur la maquette. Une estimation théorique de la température interne (à partir de mesures externes) a été effectuée en utilisant les méthodes spectrales (analytique et impulsionnelle) et les signaux obtenus comparés aux températures mesurées en paroi interne. Une illustration des résultats de cette validation est donnée sur la Fig. 5.

La Fig. 5(a) présente les températures interne et externe mesurées, après élimination de la composante continue tandis que la Fig. 5(b) présente la contrainte axiale externe, issue des mesures de déformations.

Une application des méthodes inverses précédentes (analytique et impulsionnelle) aux signaux (températures) mesurés en paroi externe a conduit à des résultats inexploitable, qui pour cette raison n'ont pas été représentés. En revanche, le résultat obtenu en utilisant la contrainte axiale a conduit à un signal parfaitement exploitable.

La Fig. 5(c) permet de comparer la température mesurée en paroi interne avec les signaux calculés par

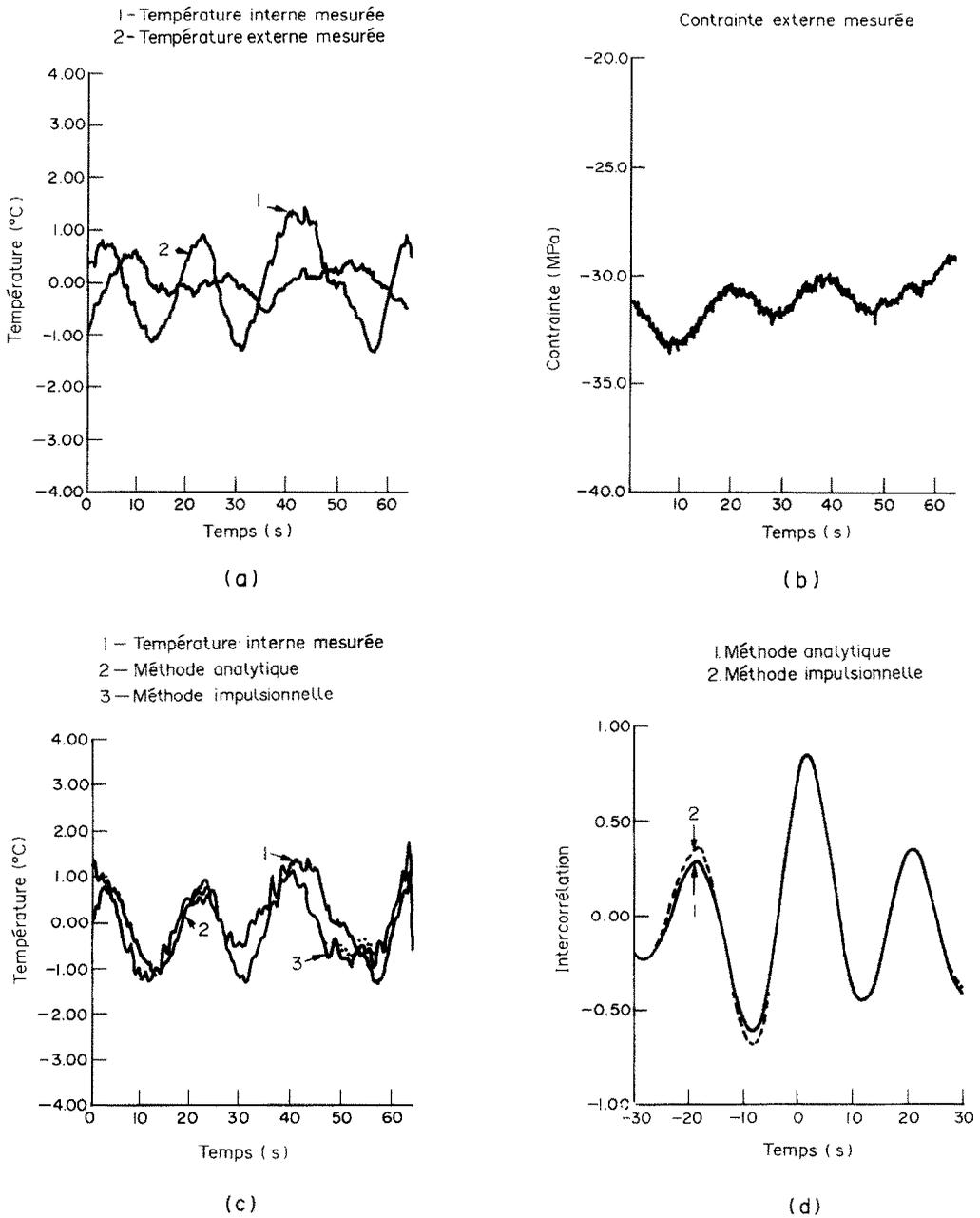


FIG. 5. Validation expérimentale (méthodes analytique et impulsionnelle).

méthode analytique et impulsionnelle et montre un bon accord entre ces derniers.

La Fig. 5(d) fournit la fonction d'intercorrélation entre résultats mesurés et calculés, pour les deux méthodes. Dans les deux cas, l'intercorrélation atteint un maximum voisin de 0,9, ce qui, pour le problème étudié, confirme de manière très satisfaisante l'efficacité des méthodes inverses utilisées.

## 5. CONCLUSION

L'utilisation de la notion de fonction de transfert dans le domaine fréquentiel permet de reconstituer

les fluctuations de température en paroi interne d'un cylindre à partir de mesures externes.

Dans la gamme de fréquence (0-10 Hz) du phénomène étudié (faïençage thermique), l'effet intégral de la mesure de déformation fournit un meilleur résultat que la mesure de température.

Le filtre constitué par la paroi peut être déterminé analytiquement ou par identification de la réponse impulsionnelle de la structure. Ces deux méthodes conduisent, pour un problème monodimensionnel, au même résultat.

Dans le cas de géométries plus complexes (bi ou tri dimensionnelles), la difficulté de calculer analy-

tiquement les fonctions de transfert de la paroi conduira à préférer la démarche impulsionnelle, qui en fournit une estimation sous forme discrétisée.

#### REFERENCES

1. J. P. Maye et P. Morilhat, Estimation des fluctuations de température dans une tuyauterie à partir de mesures de déformations en peau externe. *Actes de la Rencontre SFT 90*, Nantes, Vol. 2, pp. 165–168 (1990).
2. J. V. Beck, B. Blackwell and C. R. Clair, *Inverse Heat Conduction, Ill-posed Problems*. Wiley Interscience, New York (1985).
3. H. R. Busby and D. M. Trujillo, Numerical solution to a two dimensional inverse heat conduction problem, *Int. J. Numer. Meth. Engng* **21**, 349–359 (1985).
4. M. Imber and J. Khan, Prediction of transient temperature distributions with embedded thermocouples, *AIAA J.* **10**, 784–789 (1972).
5. J. Bransier and M. Raynaud, *A New Finite Difference Method for the Non Linear Inverse Heat Conduction Problem*. Hemisphere, New York (1986).
6. F. De Coulon, *Traité d'Electricité, Théorie et Traitement des Signaux*, Vol. 6. Edition Georgy (1984).
7. D. L. Brown and W. G. Halvorsen, Impulse techniques for structural frequency response testing, *J. Sound Vibr.* **11**, 8–21 (1977).
8. R. C. Stroud, Excitation, measurement, and analysis methods for modal testing, *J. Sound Vibr.* **21**, 12–27 (1987).
9. A. J. Berkmount, M. M. Boone and D. De Vries, A new method to acquire impulse responses in concert tralls, *J. Acoust. Soc. Am.* 179–183 (1980).
10. B. Gopinath and M. M. Sondhi, Determination of the vocal tract shape from impulse response at the lips, *J. Acoust. Soc. Am.* 1867–1873 (1971).
11. A. S. Carasso, Impulse response acquisition as inverse heat conduction problem, *Appl. Math. Rev.* **50**, 74–90 (1990).
12. S. Whitaker, *Fundamental Principles of Heat Transfer*. Pergamon Press, New York (1975).

#### SOLUTION OF AN INVERSE THERMAL PROBLEM BY AN ANALYTICAL AND IMPULSE RESPONSE METHOD. APPLICATION TO THE DETERMINATION OF PARIETAL TEMPERATURE FLUCTUATIONS INSIDE A PIPE

**Abstract**—Solution of an inverse heat conduction problem (estimation of parietal temperature fluctuations inside a pipe from external measurements) using transfer functions is proposed. An analytical method and impulse response technique are studied, compared and tested for a PWR pipe, in working conditions favourable to thermal striping. The study shows the advantages of thermal stress measurements in comparison with temperature measurements for a better efficiency of the inverse method and gives proof of the better suitability of the impulse response technique for complex geometries.

#### LÖSUNG EINES INVERSEN WÄRMELEITUNGSPROBLEMS MIT HILFE EINES ANALYTISCHEN UND EINES SPRUNGANTWORT-VERFAHRENS. ANWENDUNG AUF DIE BESTIMMUNG DER FLUKTUATIONEN DER INNENWANDTEMPERATUR EINES ROHRES

**Zusammenfassung**—Es wird die Lösung eines inversen Wärmeleitungsproblems mit Hilfe von Übertragungsfunktionen vorgestellt. Dabei geht es um die Bestimmung der Fluktuationen der Innenwandtemperatur eines Rohres aufgrund von Messungen an der Außenseite. Zwei Methoden, ein analytisches Verfahren und ein Sprungantwortverfahren, werden untersucht, verglichen und am Fall eines Druckwasserreaktorrohres erprobt. Dies geschieht für Betriebszustände die ein "Thermal-Striping" begünstigen. Die Untersuchung zeigt die Vorteile der Messung thermischer Spannungen im Vergleich mit Temperaturmessungen im Hinblick auf eine bessere Effizienz des inversen Verfahrens. Es zeigt sich, daß das Sprungantwortverfahren für komplizierte geometrische Bedingungen besser geeignet ist.

#### РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ТЕПЛОВОЙ ЗАДАЧИ АНАЛИТИЧЕСКИМ И ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ. ПРИМЕНЕНИЕ К СЛУЧАЮ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ВНУТРИ ТРУБЫ

**Аннотация**—Предложено решение обратной задачи теплопроводности (оценка колебаний температуры внутри трубы по данным наружных измерений) с использованием функций переноса. Исследуются аналитический и импульсный методы; проводятся их сравнение и проверка в рабочих условиях. Показано, что для большой эффективности инверсного метода необходимо использовать данные измерений термического напряжения, а не температуры. Показаны преимущества импульсного метода для сложных геометрий.